

ЗАДАЦИ

1. Катете правоуглог троугла су 5 *cm* и 6 *cm*. Разлика површине једнакостраничног троугла конструисаног над хипотенузом и збира површина једнакостраничних троуглова конструисаних над катетама је (*y cm*²):

А) $\frac{13}{2}$ Б) 8 В) $\frac{25}{4}$ Г) 0 Д) $\frac{169}{8}$

Решење.

$$\frac{c^2\sqrt{3}}{4} - \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{b^2\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}(c^2 - a^2 - b^2) = 0.$$

Одговор Г.

2. Две трећине броја 0,4 најпре повећај за 50%, па добијену вредност умањи за 50%. Добијени број је:

А) 0,3 Б) 0,5 В) 0,6 Г) 0,2 Д) 0,4

Решење. $\frac{2}{3} \cdot 0,4 \cdot 1,5 \cdot 0,5 = 0,2$.

Одговор Г.

3. Катете правоуглог троугла су дате биномима $x + 2$ и $x - 2$. Вредност променљиве x за коју је хипотенуза 20 *cm* је:

А) -14 Б) 14 В) -12 Г) 12 Д) 0

Решење. $(x + 2)^2 + (x - 2)^2 = 400$, па је решење 14.

Одговор Б.

4. Ако је x реалан број и ако је $x + \frac{1}{x} = 3$, онда је $x^4 + \frac{1}{x^4}$ једнако:

А) 81 Б) 47 В) 12 Г) 49 Д) 72

Решење. $(x + \frac{1}{x})^2 = 9$, па је $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$. Слично, $(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 = 49$, па је $x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$.

Одговор Б.

5. Нека је $n \in \mathbb{N}$ и $a \in \mathbb{R}$ такав да је $a \neq 0$ и $a \neq 1$. Тада је израз $\frac{a^{3n+2} - 2a^{3n+1} + a^{3n}}{a^{3n} - a^{3n-1}}$ једнак изразу:

А) $\frac{1}{a^2}$ Б) 0 В) $a - 1$ Г) $\frac{1}{a}$ Д) $a^2 - a$

Решење. $\frac{a^{3n+2} - 2a^{3n+1} + a^{3n}}{a^{3n} - a^{3n-1}} = \frac{a^{3n}(a^2 - 2a + 1)}{a^{3n-1}(a - 1)} = a(a - 1)$.

Одговор Д.

6. Правилни многоугао има укупно 170 дијагонала. Његов унутрашњи угао је:

А) 18° Б) 160° В) 162° Г) 168° Д) 170°

Решење. Како је $\frac{n(n-3)}{2} = 170$, растављањем и груписањем добија се да је $n = 20$. Спољашњи угао многоугла је $\alpha_1 = \frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$, па је унутрашњи угао 162°.

Одговор В.

7. Један посао 16 радника, радећи 10 сати дневно, заврши за 8 дана. Тај посао би 20 радника, радећи 8 сати дневно, завршило за:

А) 5 дана Б) 6 дана В) 7 дана Г) 8 дана Д) 9 дана

Решење. 16 радника, радећи 10 сати дневно, заврши посао за 8 дана и утроши $16 \cdot 10 \cdot 8$ радних сати.

Исти посао завршиће 20 радника, радећи 8 сати дневно за x дана, тј. број радних сати је $20 \cdot 8 \cdot x$.
 $16 \cdot 10 \cdot 8 = 20 \cdot 8 \cdot x$, па је $x = 8$.

Одговор Г.

8. Дужине тежишних дужи које одговарају катетама правоуглог троугла су 6 cm и 8 cm . Дужина тежишне дужи која одговара хипотенузи тог троугла је ($y \text{ cm}$):

А) $2\sqrt{5}$ Б) 5 В) $\sqrt{5}$ Г) 10 Д) $4\sqrt{5}$

Решење. Из једнакости $a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 64$ и $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2 = 36$, добија се да је $c^2 = a^2 + b^2 = 80$, тј. $c = 4\sqrt{5}$, па је $t_c = c/2 = 2\sqrt{5}$.

Одговор А.

9. Ученик је требао да помножи број 66 и бесконачан периодичан децимални број $1, abab\dots = 1, \overline{ab}$. Међутим, он је помножио број 66 са $1, ab$. Касније је открио да је његов резултат за 0,5 мањи од тачног резултата. Збир цифара двоцифреног броја ab је:

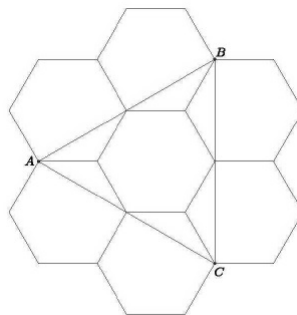
А) 12 Б) 13 В) 14 Г) 15 Д) 16

Решење. Из једначине $\left(1 + \frac{x}{99}\right) \cdot 66 = \left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot 66 + 0,5$ добијамо решење $x = 75$, па је збир цифара траженог броја је $a + b = 12$.

Одговор А.

10. Шест правилних шестоуглова окружује правилни шестоугао странице 1 (као на слици). Површина дела фигуре ван троугла ABC је:

А) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ Б) $3\sqrt{3}$ В) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ Г) $\frac{21\sqrt{3}}{2}$ Д) $6\sqrt{3}$



Решење.

Страница троугла је $a_3 = 2a_6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$. $P_3 = 3\sqrt{3}$, $P_6 = \frac{3}{2}\sqrt{3}$, па је тражена површина

$$P = 7P_6 - P_3 = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$$

Одговор В.